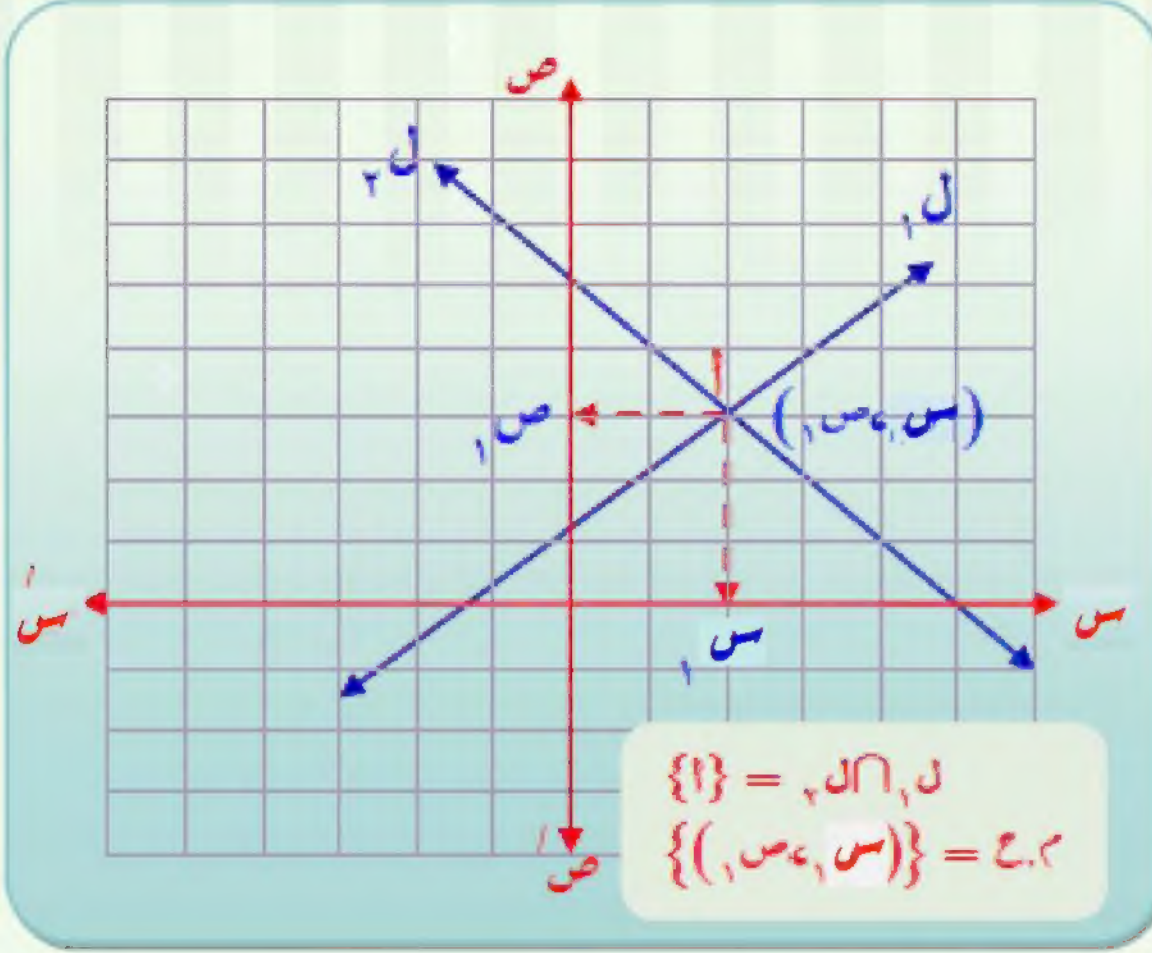


## حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانياً وجبرياً

الدرس  
الأول

**أولاً:** حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانياً

حل معادلتين من الدرجة الأولى بيانياً تمثل المعادلتين بيانياً بالمستقيمين  $L_1$  و  $L_2$  على شكل واحد في المستوى الديكارتي



الحالة الأولى:

$$\frac{\text{أ}}{\text{أ}} \neq \frac{\text{ب}}{\text{ب}}$$

فإن المستقيمان **متقاطعان** في نقطة واحدة ويوجد للمعادلتين حل وحيد.

لاحظ أن

$$\frac{\text{أ}}{\text{أ}} \neq \frac{\text{ب}}{\text{ب}} \Leftrightarrow \frac{\text{أ}}{\text{أ}} \neq \frac{\text{ب}}{\text{ب}} \text{ أي أن ميل } L_1 \neq \text{ميل } L_2$$

الحالة الثانية:

$$\frac{\text{أ}}{\text{أ}} = \frac{\text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{ج}}$$

فإن المستقيمان **متوازيان**

ومجموعة الحل  $\emptyset$  ، وعدد الحلول = صفر

لاحظ أن

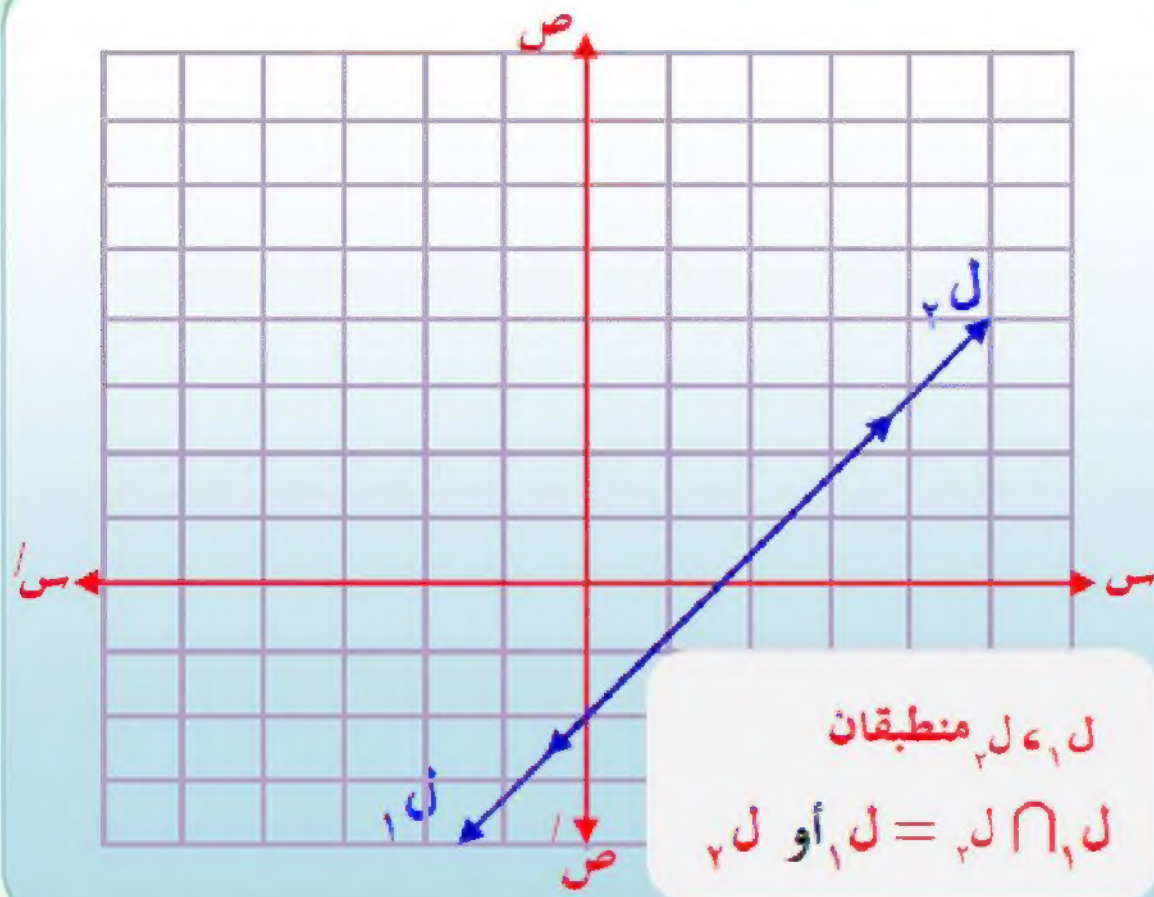
$$\frac{\text{أ}}{\text{أ}} = \frac{\text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{ج}} \Leftrightarrow \frac{\text{أ}}{\text{أ}} = \frac{\text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{ج}} \text{ أي أن ميل } L_1 = \text{ميل } L_2$$

أي أن طول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم  $L_1 \neq$  طول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم  $L_2$



## الجبر

الحالة الثالثة:



$$\text{إذا كان } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

فإن المستقيمان منطبقان

ويوجد عدد لا نهائي من الحلول

لاحظ أن

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \text{ أي أن ميل } L_1 = \text{ميل } L_2$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \text{ أي أن:}$$

طول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم ل<sub>1</sub> = طول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم ل<sub>2</sub>



## ثانيًا: حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين وجبريًا

يمكن حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين جبريًا بطريقتين مختلفتين؛ وهما طريقة التعويض وطريقة الحذف كما يتضح من الأمثلة الآتية:

مثال: أوجد مجموعة حل المعادلتين:  $٢س + ص = ٥$  (١) ،  $٤س - ص = ١$  (٢) في  $ع \times ع$

الحل:

أولاً: بطريقة التعويض:

(أ) نكتب أحد المتغيرين ص أو س بدلالة المتغير الآخر من المعادلة الأولى أو الثانية.

وبذلك تكون المعادلة: (١)  $ص = ٥ - ٢س$  ← (٢)

(ب) بالتعويض في (٢)

$$\therefore ١ = ٤س - ٥ + ٢س$$

$$\therefore ١ = (٥ - ٢س) - ٤س$$

$$\therefore ٦ = ٦س \quad (\text{بالقسمة على } ٦)$$

$$\therefore ١ + ٥ = ٦س$$

$$\therefore ١ = س$$

$$\therefore س = \frac{٦}{٦}$$

(ج) نستخدم قيمة  $س = ١$  بالتعويض بها في المعادلة (٢)

$$\therefore ٣ = ص$$

$$\text{أى أن: } ص = ٥ - ٢ \times ١$$

$$\therefore ع.٢ = \{(١, ٣)\}$$

ثانيًا: بطريقة الحذف:

(أ) إعادة كتابة المعادلتين وملاحظة معامل كل من س ، ص

$$\text{هكذا: } ٢س + ص = ٥ \quad \leftarrow (١)$$

$$\leftarrow (٢) \quad ٤س - ص = ١$$

(ب) بجمع المعادلتين (١) ، (٢)

$$\therefore ٦ = ٦س \quad \therefore س = \frac{٦}{٦} \quad \therefore ١ = س$$

(ج) بالتعويض في أى من المعادلتين (١) أو (٢)

بالتعويض في (١) مثلاً:

$$\therefore ٢ - ٥ = ص$$

$$\therefore ع.٢ = \{(١, ٣)\}$$

$$\therefore ٥ = ٢ \times ١ + ص$$

$$\therefore ٣ = ص$$

لاحظ أن:

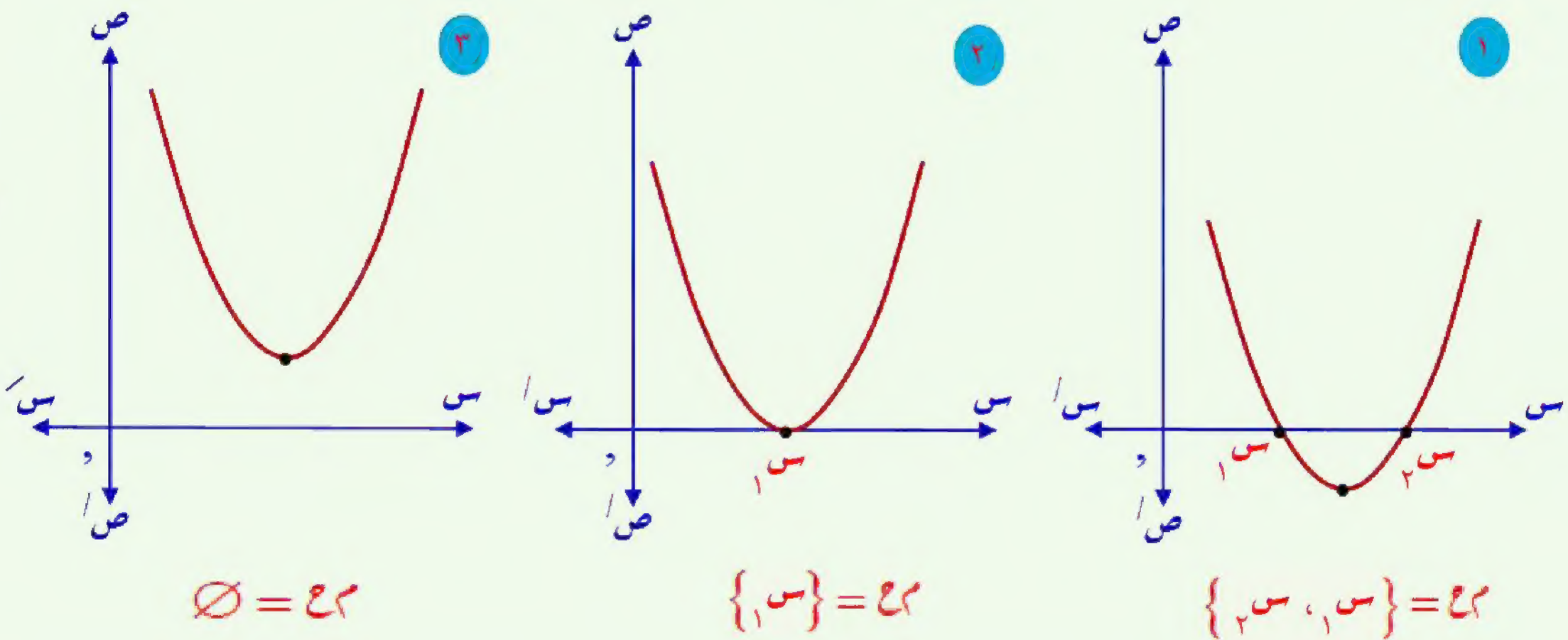
معامل ص في المعادلة (١) هو المعكوس الجمعي لمعامل ص في المعادلة (٢) ؛ لذا إذا قمنا بجمع المعادلتين ؛ فإن ذلك يؤدي إلى حذف الحدود التي تحتوى على المجهول ص.



## حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد بيانياً وجبرياً

أولاً: الحل البياني:

- الصورة العامة للمعادلة التربيعية (معادلة الدرجة الثانية) في متغير واحد هي:  
 $أس^2 + بس + ج = 0$  حيث  $ا \neq 0$ ،  $ب \in \mathbb{R}$ ،  $ج \in \mathbb{R}$ .
- الدالة التربيعية:  $د(س) = أس^2 + بس + ج$  تسمى الدالة المناظرة للمعادلة:  
 $أس^2 + بس + ج = 0$  ويسمى المنحنى الممثل لهذه المعادلة بقطع مكافئ.
- حل المعادلة التربيعية بيانياً هو إيجاد مجموعة الإحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة التربيعية المناظرة لهذه المعادلة مع محور السينات، وهناك ثلاث حالات:



### ملاحظات مهمة

1. في المعادلة  $أس^2 + بس + ج = 0$ ،  $ا$  يسمى معامل  $س^2$ ،  $ب$  يسمى معامل  $س$ ،  $ج$  يسمى الحد المطلق.
2. إذا كانت  $د(س) = أس^2 + بس + ج$  فإن:
  - الإحداثي السيني رأس المنحنى:  $س = -\frac{ب}{2ا}$  وتكون نقطة رأس المنحنى هي:  $(-\frac{ب}{2ا}, د(-\frac{ب}{2ا}))$ .
  - عندما  $ا > 0$  فإن القيمة العظمى  $= د(-\frac{ب}{2ا})$  ويكون المنحنى مفتوحاً لأسفل.
  - عندما  $ا < 0$  فإن القيمة الصغرى  $= د(-\frac{ب}{2ا})$  ويكون المنحنى مفتوحاً لأعلى.



## ثانيًا: حل المعادلة التربيعية جبريًا باستخدام القانون العام:

بفرض المعادلة  $اس^2 + بس + ج = صفر$

حيث  $ا$  معامل  $س^2$ ،  $ب$  معامل  $س$ ،  $ج$  الحد المطلق

حيث  $ا \neq 0$ ،  $ب \neq 0$ ،  $ج \neq 0$ ،  $صفر \neq 0$ .

يكون حل المعادلة باستخدام القانون العام:

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4اج}}{2ا}$$

## معلومة إثرائية

المقدار " $ب^2 - 4اج$ " يسمى مميز المعادلة التربيعية، فإذا كان:

١  $ب^2 - 4اج < صفر$  يوجد للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان.

٢  $ب^2 - 4اج = صفر$  يوجد للمعادلة جذران حقيقيان متساويان (جذر مكرر مرتين)

حيث  $س = \frac{-ب}{2ا}$ ، ومنحنى الدالة يمس محور السينات في النقطة  $(-\frac{ب}{2ا}, 0)$ .

٣  $ب^2 - 4اج > صفر$  لا يوجد للمعادلة جذور حقيقية.



حل معادلتين في متغيرين إحداهما من  
الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية

والآن سوف نقوم بحل معادلتين في متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية، ويعتمد الحل على طريقة التعويض؛ ولذا سنتبع الخطوات الآتية:

نعوض في معادلة الدرجة الأولى لإيجاد قيمة المتغير الآخر.

نعوض عن  $s$  بدلالة  $v$  أو  $v$  بدلالة  $s$  في معادلة الدرجة الثانية ثم نحلها لإيجاد قيمة أحد المتغيرين.

ابدأ بمعادلة الدرجة الأولى ومنها أكتب أحد المتغيرين بدلالة المتغير الآخر ( $s$  بدلالة  $v$  أو  $v$  بدلالة  $s$ )

مثال:

أوجد في  $E \times E$  مجموعة الحل للمعادلتين:

$$s^2 + v^2 = 18 \quad (1) \quad , \quad v = s + 6 \quad (2)$$

الحل:

من (2) وبالتعويض في (1) عن قيمة  $v$  نجد أن:

$$s^2 + (s+6)^2 = 18$$

$$s^2 + s^2 + 12s + 36 = 18$$

$$2s^2 + 12s + 36 = 18$$

$$2s^2 + 12s + 18 = 0$$

$$s^2 + 3s + 9 = 0$$

$$s^2 + 3s + 9 = 0$$

$$s^2 + 3s + 9 = 0$$

$$s^2 + 3s + 9 = 0$$

بالتعويض في (2)

$$\therefore E = \{(3, -3)\}$$



## مجموعة أصفار الدالة كثيرة الحدود

تعريف:

إذا كانت د دالة كثيرة حدود في  $S$  فإن مجموعة قيم  $S$  التي تجعل  $D(S) = 0$  تسمى: مجموعة أصفار الدالة  $D$ ، ونرمز لها بالرمز  $V(D)$ .  
أي أن:  $V(D) =$  مجموعة الحل للمعادلة  $D(S) = 0$  في  $S$ .

ملحوظة: للحصول على أصفار الدالة  $D$  نضع  $D(S) = 0$  ونحل المعادلة الناتجةأوجد مجموعة أصفار كل دالة من الدوال كثيرات الحدود المعرفة بالقواعد الآتية في  $S$ :

مثال:

$$\begin{aligned} 1) \quad D(S) &= 5S - 15 \\ 2) \quad D(S) &= S^2 - 4 \\ 3) \quad D(S) &= S^2 - 3S + 2 \\ 4) \quad D(S) &= S^2 + 6S + 9 \end{aligned}$$

الحل:

$$\begin{aligned} 2) \quad \text{نضع } D(S) &= 0 \\ \therefore S^2 - 4 &= 0 \\ \therefore S^2 &= 4 \\ \therefore S &= 2 \text{ أو } S = -2 \\ \therefore V(D) &= \{2, -2\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1) \quad \text{نضع } D(S) &= 0 \\ \therefore 5S - 15 &= 0 \\ \therefore 5S &= 15 \\ \therefore S &= \frac{15}{5} = 3 \\ \therefore V(D) &= \{3\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad \text{نضع } D(S) &= 0 \\ \therefore S^2 + 6S + 9 &= 0 \\ \therefore S^2 &= -(6S + 9) \\ \therefore S &= -(3 + S) \\ \therefore S &= -3 - S \\ \therefore S &= -3 \\ \therefore V(D) &= \{-3\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad \text{نضع } D(S) &= 0 \\ \therefore S^2 - 3S + 2 &= 0 \\ \therefore (S-1)(S-2) &= 0 \\ \therefore S-1 &= 0 \text{ أو } S-2 = 0 \\ \therefore S &= 1 \text{ أو } S = 2 \\ \therefore V(D) &= \{1, 2\} \end{aligned}$$

ملاحظات هامة:

- إذا كان  $D(S) = S^2 + 1$  حيث  $S \in S^*$  فإن  $V(D) = \emptyset$  وهذه الدالة ليس لها أصفار حقيقية.
- إذا كان  $D(S) = 1$  حيث  $S \in S^*$  فإن  $V(D) = \emptyset$  (أي عدد حقيقي غير الصفر).
- إذا كان  $D(S) = 0$  فإن  $V(D) = S$ .



## دالة الكسر الجبري

الدرس  
الثاني

## تعريف:

- الكسر الجبري هو ناتج قسمة كثيرتي حدود وتكون كثيرة الحدود التي في المقام لا تساوي صفرًا
- $\frac{د(س)}{ر(س)} = \frac{كثيرة\ حدود}{كثيرة\ حدود}$  ،  $ر(س) \neq 0$
- لاحظ أن: مجال الدالة الكسرية الجبرية =  $ع -$  مجموعة أصفار دالة المقام.

## ملحوظة

إذا كانت  $د$  دالة كسر جبري حيث  $\frac{د(س)}{ر(س)} = \frac{د(س)}{ر(س)}$  فإن مجموعة أصفار  $د$  هي مجموعة قيم المتغير  $س$  التي تجعل  $د(س) = 0$  بشرط  $ر(س) \neq 0$  صفر

## أى أن:

مجموعة أصفار دالة الكسر الجبري = مجموعة أصفار البسط - مجموعة أصفار المقام.

## المجال المشترك لكسرين جبريين أو أكثر

- إذا كان  $د_1(س)$  كسرًا جبريًا فإن:  
مجال  $د_1(س) = ع_1 -$  (حيث  $ع_1$ : هي مجموعة أصفار مقام  $د_1(س)$ )
- إذا كان  $د_2(س)$  كسرًا جبريًا فإن:  
مجال  $د_2(س) = ع_2 -$  (حيث  $ع_2$ : هي مجموعة أصفار مقام  $د_2(س)$ )
- ويكون المجال المشترك للكسرين =  $ع - (ع_1 \cup ع_2)$
- =  $ع -$  مجموعة أصفار مقامي الكسرين الجبريين.

## قاعدة هامة

المجال المشترك لعدة كسور جبرية =  $ع -$  مجموعة أصفار مقامات هذه الكسور.



## تساوي كسرين جبريين

## أولاً: اختزال الكسر

- وضع الكسر الجبري في أبسط صورة يسمى باختزال الكسر الجبري.
- الكسر الجبري يمكن اختزاله إذا كان البسط والمقام يحتويان على عامل مشترك.

## لاحظ:

يقال: إن الكسر الجبري في أبسط صورة إذا كان العامل المشترك بين بسطه ومقامه هو الواحد الصحيح فقط.

- وضع الكسر الجبري في أبسط صورة يعني عدم وجود عوامل مشتركة بين بسطه ومقامه خلاف الواحد الصحيح.
- مثلاً: بسط ومقام الكسر  $\left(\frac{30}{35}\right)$  يحتويان على عامل مشترك أعلى هو 5  $\therefore \frac{30}{35} = \frac{6}{7}$

## خطوات اختزال الكسر الجبري:

- خطوة (١): نحلل كلاً من البسط والمقام تحليلًا كاملاً.
- خطوة (٢): نعين مجال الكسر الجبري قبل حذف العوامل المشتركة بين البسط والمقام.
- خطوة (٣): نحذف العوامل المشتركة من البسط والمقام للحصول على أبسط صورة.

## ثانياً: تساوي كسرين

متى يتساوى الكسران الجبريان؟

يقال لكسرين جبريين  $\frac{A}{B}$  و  $\frac{C}{D}$  إنهما متساويان إذا تحقق الشرطان الآتيان معاً:

$$\text{مجال } \frac{A}{B} = \text{مجال } \frac{C}{D}$$

٢ تم اختزال  $\frac{A}{B}$  و  $\frac{C}{D}$  إلى نفس الصورة؛ أي أن:  $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$  (س) لكل  $s \in \text{المجال المشترك}$

أي أن: [قاعدة  $\frac{A}{B}$  = قاعدة  $\frac{C}{D}$ ]



## العمليات على الكسور الجبرية

... أولاً: جمع وطرح الكسور الجبرية:

$$١ \quad \frac{د_١(س) + د_٢(س)}{د_٢(س)} = \frac{د_١(س)}{د_٢(س)} + \frac{د_٢(س)}{د_٢(س)}$$

$$٢ \quad \frac{د_١(س) - د_٢(س)}{د_٢(س)} = \frac{د_١(س)}{د_٢(س)} - \frac{د_٢(س)}{د_٢(س)}$$

$$٣ \quad \frac{د_١(س) \times د_٣(س) + د_٢(س) \times د_٤(س)}{د_٢(س) \times د_٤(س)} = \frac{د_١(س)}{د_٢(س)} + \frac{د_٣(س)}{د_٤(س)}$$

$$٤ \quad \frac{د_١(س) \times د_٣(س) - د_٢(س) \times د_٤(س)}{د_٢(س) \times د_٤(س)} = \frac{د_١(س)}{د_٢(س)} - \frac{د_٣(س)}{د_٤(س)}$$

خطوات جمع أو طرح كسرين جبريين

١ ترتيب حدود كل من بسط ومقام كل كسر على حدة تنازلياً أو تصاعدياً حسب أس المتغير.

٢ تحليل بسط ومقام كل كسر إن أمكن. ٣ إيجاد المجال المشترك.

٤ اختزال كل كسر على حدة. ٥ توحيد المقامات.

٦ إجراء عملية الجمع أو الطرح. ٧ وضع الناتج في أبسط صورة ممكنة.

... ثانياً: ضرب وقسمة الكسور الجبرية:

ضرب كسرين جبريينإذا كان  $١ \neq د_١(س)$  و  $٢ \neq د_٢(س)$  كسرين جبريين حيث  $١ \neq د_١(س)$  و  $٢ \neq د_٢(س)$  فإن  $\frac{د_١(س)}{د_٢(س)} = \frac{د_١(س)}{د_٢(س)}$ فإن:  $\frac{د_١(س) \times د_٣(س)}{د_٢(س) \times د_٤(س)} = \frac{د_١(س)}{د_٢(س)} \times \frac{د_٣(س)}{د_٤(س)} = د_١(س) \times د_٣(س)$ ويكون مجال  $[د_١(س) \times د_٣(س)] - \mathcal{E} = \{ص(د_٢) \cup ص(د_٤)\}$



## قسمة الكسور الجبرية

## المعكوس الضربي للكسر الجبري:

لكل كسر جبري  $\neq 0$  (س) صفر يوجد معكوس ضربي هو مقلوب الكسر ويرمز له بالرمز  $\frac{1}{(س)}$

$$\text{فإذا كان } \frac{1}{(س)} = (س) \text{ فإن } \frac{1}{3-س} = (س) \text{ } \frac{3-س}{1+س}$$

$$\text{حيث مجال } \neq 0 = \{3\} - \mathbb{C}, \text{ مجال } \neq 1 = \{3, 1\} - \mathbb{C}$$

لكل كسر جبري  $\neq 0$  (س) حيث  $\frac{(س)_1}{(س)_2}$  يوجد معكوس ضربي

$$\frac{(س)_2}{(س)_1} = \frac{1}{(س)} \text{ حيث } \frac{(س)_1}{(س)_2} = (س)$$

$$\text{مجال } \neq 0 = \{ص(2)\} - \mathbb{C}, \text{ مجال } \neq 1 = \{ص(1), ص(2)\} - \mathbb{C}$$

ويصفه عامة

## قسمة كسرين جبريين

$$\text{إذا كان } \frac{(س)_1}{(س)_2} = (س) \text{ حيث } \frac{(س)_1}{(س)_2} = (س) \text{ } \frac{(س)_1}{(س)_2} = (س) \text{ } \frac{(س)_1}{(س)_2} = (س)$$

$$\text{فإن: } \frac{(س)_1}{(س)_2} \times \frac{(س)_2}{(س)_2} = \frac{(س)_1}{(س)_2} \div \frac{(س)_2}{(س)_2} = (س) \text{ } \frac{(س)_1}{(س)_2} \times \frac{(س)_2}{(س)_2} = \frac{(س)_1}{(س)_2} \div \frac{(س)_2}{(س)_2} = (س)$$

$$\text{ويكون مجال } [ص(1) \div ص(2)] = \text{المجال المشترك لكل من } \frac{(س)_1}{(س)_2} \text{ و } \frac{(س)_2}{(س)_2}$$

$$= \{ص(1), ص(2), ص(3)\} - \mathbb{C}$$

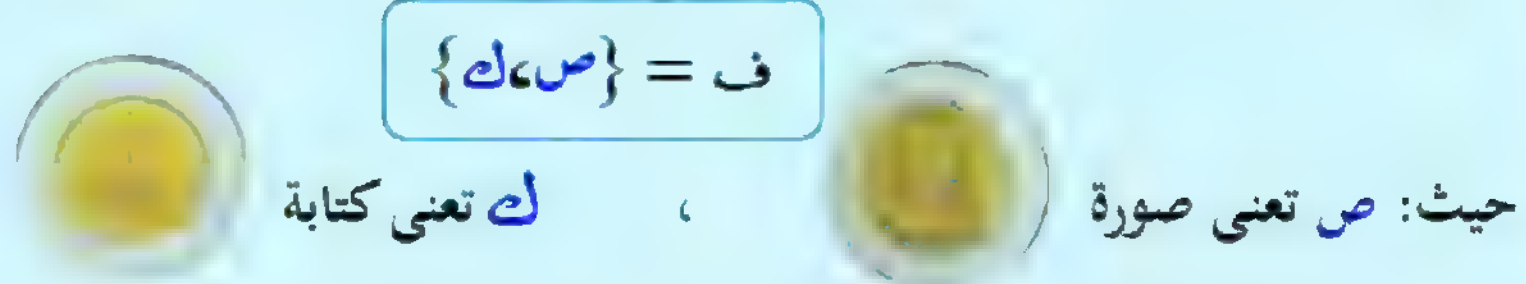


## العمليات على الأحداث

الدرس  
الأول

١ التجربة العشوائية: هي تجربة نستطيع تحديد جميع النواتج الممكنة لها قبل إجرائها ولكن لا نستطيع تحديد أى من هذه النواتج سيتحقق فعلاً عند إجراء التجربة.

٢ فضاء العينة (ف): هو مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية.  
فمثلاً: في تجربة إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فقط وملاحظة الوجه العلوى فإن فضاء النواتج هو:



وفي تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى فإن

فضاء النواتج هو  $ف = \{١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦\}$

٣ الحدث: هو مجموعة جزئية من فضاء النواتج (العينة) «ف».

وإذا رمزنا لحدث ما بالرمز  $أ$  فإن:  $أ \subset ف$

• الحدث  $ج$  يساوى «ف» وهو يشتمل على جميع عناصر العينة؛ وهو حدث من المؤكد وقوعه لذا يسمى **الحدث المؤكد**.

• الحدث  $س = \emptyset$  وهو حدث يستحيل وقوعه؛ لذا يسمى الحدث  $\emptyset$  **بالحدث المستحيل**.

• وقوع الحدث: يقع الحدث إذا ظهر أى عنصر من عناصره عند إجراء التجربة.

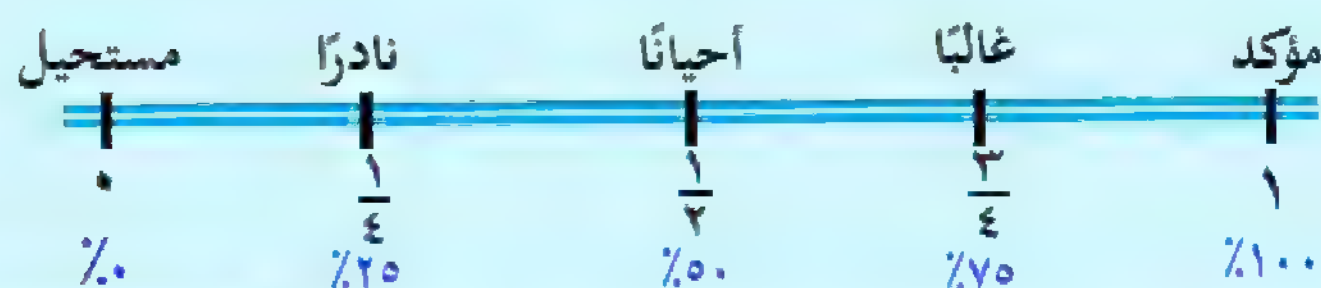
• **احتمال وقوع الحدث:**

إذا كان  $أ \subset ف$  فإن احتمال وقوع الحدث  $أ$  ويرمز له بالرمز  $ل(أ)$  هو :

$$ل(أ) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث } أ}{\text{عدد عناصر فضاء العينة } ف} = \frac{ل(أ)}{ل(ف)}$$

• ويمكن كتابة الاحتمال في صورة كسر أو نسبة مئوية.

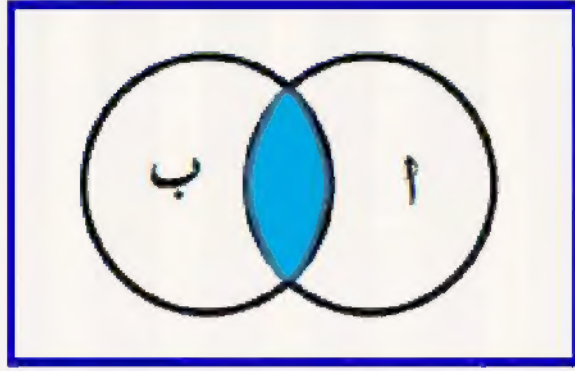
والشكل التالى يوضح إمكانية وقوع الحدث طبقاً لقيمة احتمالته:





العمليات على الأحداث:

ف



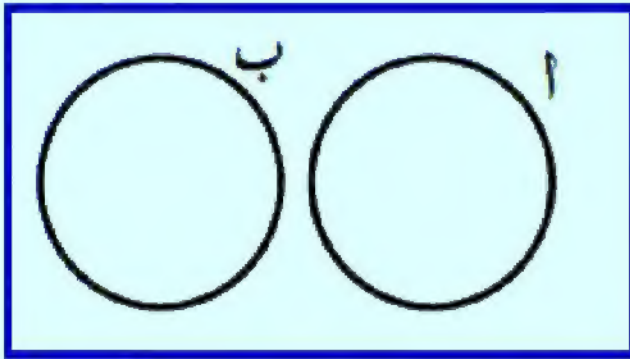
$A \cap B$

أولاً: التقاطع:

إذا كان  $A, B$  حدثين في فضاء العينة «ف» فإن الحدث  $A \cap B$  يعني حدث وقوع الحدثين  $A, B$  معاً.

الحدثان المتنافيان:

ف



يقال لحدثين  $A, B$  من فضاء العينة لتجربة عشوائية إنهما

متنافيان (مانعان) إذا كان  $A \cap B = \emptyset$

أي أن: وقوع أحدهما ينفي (يمنع) وقوع الآخر.

فمثلاً: في تجربة إلقاء حجر نرد يكون:

$F = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A = \{1, 3, 5\}$  = حدث ظهور عدد فردي

$B = \{2, 4, 6\}$  = حدث ظهور عدد زوجي

$\therefore A \cap B = \emptyset$   $\therefore A, B$  حدثان متنافيان، ويكون:

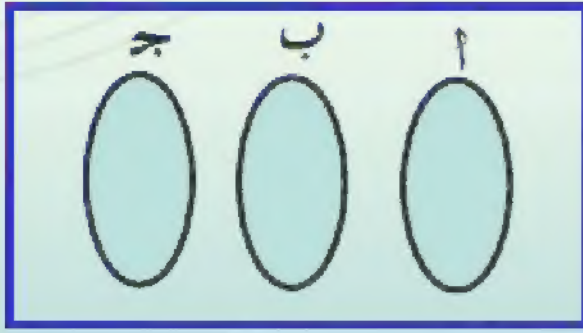
$$P(A \cap B) = \frac{\text{عدد عناصر } \emptyset}{\text{عدد عناصر في } F} = \frac{0}{6} = 0$$





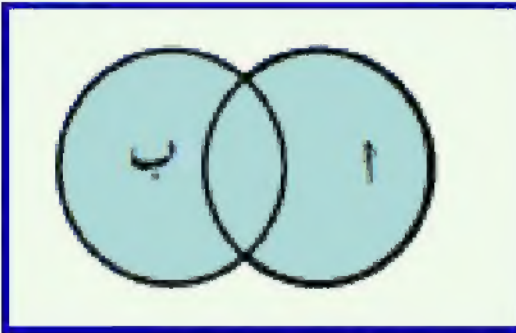
ملحوظة

ف



يقال لعدة أحداث: أنها متنافية إذا كانت متنافية مشى مشى.  
لأى ثلاثة أحداث أ، ب، ج من فضاء عينة ف  
إذا كان  $A \cap B = \emptyset$ ,  $A \cap C = \emptyset$ ,  $B \cap C = \emptyset$   
فإن أ، ب، ج أحداث متنافية.

ف



أ ∪ ب

ثانيًا: الاتحاد:

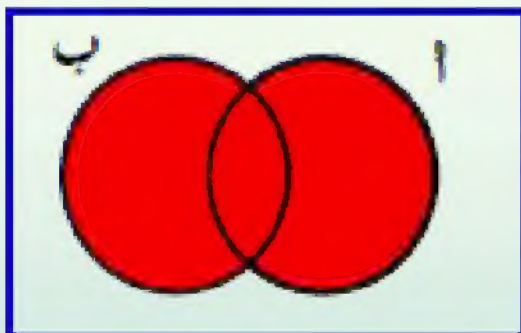
إذا كان أ، ب حدثين في فضاء العينة ف فإن الحدث: أ ∪ ب (وتقرأ أ اتحاد ب)  
يعنى وقوع الحدث (أ) (أو) وقوع الحدث ب أو وقوع كليهما معًا (أى وقوع أحدهما على الأقل).

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

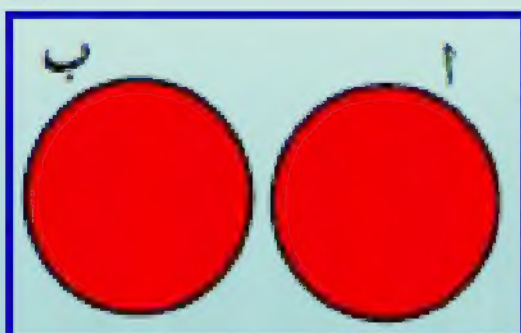
استنتاج

حيث:  $P(A) =$  احتمال وقوع الحدث أ ،  $P(B) =$  احتمال وقوع الحدث ب  
 $P(A \cup B) =$  احتمال وقوع الحدث أ أو ب أو كليهما معًا، أى وقوع أحدهما على الأقل.  
 $P(A \cap B) =$  احتمال وقوع الحدثين أ، ب معًا.

ف



ف

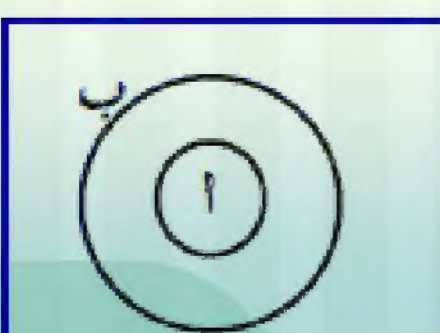


قاعدة

- لأى حدثين أ، ب من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية يكون:  
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$   
 $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$
- إذا كان أ، ب حدثين متنافيين فإن  $P(A \cap B) = 0$  ويكون:  
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

ملحوظة

ف



• إذا كان  $A \subset B$  فإن:

$$P(B) = P(A \cup B)$$

$$P(A) = P(A \cap B)$$

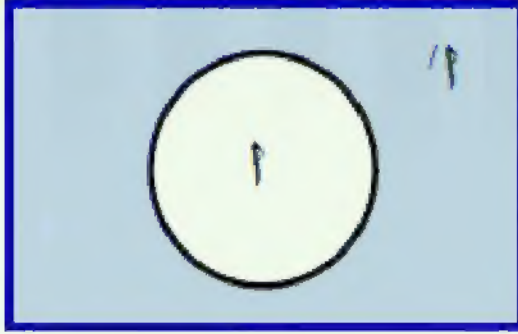


## الحدث المُكمل والفرق بين حدثين

ثالثًا:

الحدث المكمل:

ف

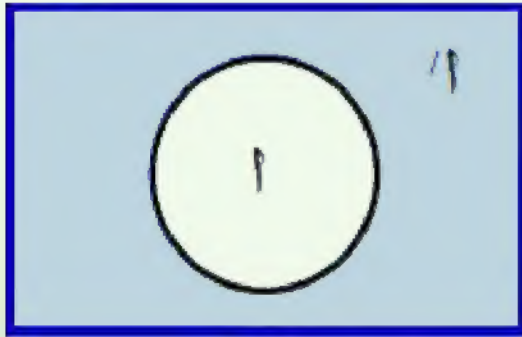


إذا كان  $A \subset F$  فإن الحدث المكمل للحدث  $A$  يرمز له بالرمز  $A'$  ويعني حدث عدم وقوع الحدث  $A$  ويلاحظ أن:

$$A \cup A' = F, \quad A \cap A' = \emptyset$$

قاعدة

ف



لأي حدث  $A$  من فضاء العينة  $F$  لتجربة عشوائية يكون:

$$A \cup A' = F, \quad A \cap A' = \emptyset$$

$$P(A \cup A') = P(F) = 1$$

$$P(A \cup A') = P(A) + P(A') = 1$$

$$P(A') = 1 - P(A)$$

لاحظ أن:

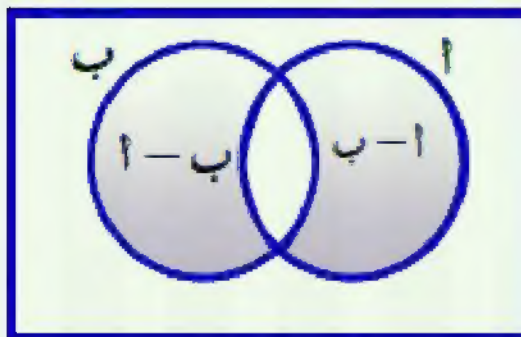
$$\frac{P(A')}{P(F)} = \frac{1 - P(A)}{1} = 1 - P(A)$$

$$P(A') = 1 - P(A)$$

رابعًا:

الفرق بين حدثين:

ف

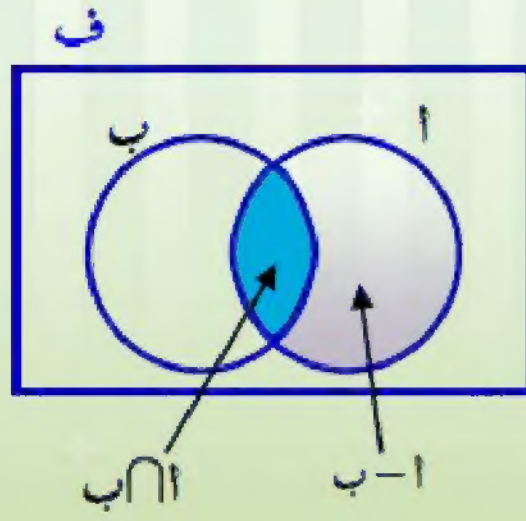


إذا كان  $A, B$  حدثين من فضاء العينة  $F$  لتجربة عشوائية ما فإن:

- $(A - B)$  هو حدث وقوع  $A$  وعدم وقوع  $B$  أو وقوع  $A$  فقط.
- $(B - A)$  هو حدث وقوع  $B$  وعدم وقوع  $A$  أو وقوع  $B$  فقط.



قاعدة



حيث أن  $(A - B)$ ،  $(A \cap B)$  حدثان متنافيان

$$A = (A - B) \cup (A \cap B)$$

$$\therefore P(A) = [P(A - B) + P(A \cap B)]$$

$$\therefore P(A) = P(A - B) + P(A \cap B)$$

$$\therefore P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\text{وبالمثل } P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)$$